Modellen van de werkelijkheid en de werkelijkheid van modellen. Hans Meijer

De organisatoren van het Gibraltar Open streven er elk jaar naar om zoveel mogelijk schaaksters uit de wereldtop voor hun toernooi te strikken. Met een goed gevulde prijzenpot lokken ze de dames naar Gibraltar waar deze hun krachten kunnen meten met sterke en zeer sterke schakers van het mannelijke geslacht.

Gibraltar: Battle of the sexes.

Dat zal dit jaar ook het plan geweest zijn van wereldkampioene Yifan Hou maar haar plan viel in het water. Zij trof niet minder dan zeven leden van haar eigen club en slechts drie van de andere. Vooraf zal zij ervan uit gegaan zijn dat zij geen, zoals in 2015, of twee, zoals in 2012, leden van haar eigen club als tegenstanders zou treffen. Zeven was wel erg veel. Yifan Hou raakte door deze gang van zaken, en door haar in vergelijking met voorgaande jaren wat mindere prestaties, van de kaart en vergooide als protest tegen de in haar ogen verdachte ronde-indelingen haar partij in de laatste ronde.

In mijn column ‘Willem, Harrie, Bernard, Henk, Rens en Cécile’ berekende ik met de hypergeometrische verdeling de kans op het treffen van zeven dames in tien ronden. Deze verdeling impliceert dat er elke ronde op willekeurige wijze een tegenstander uit de ‘toernooi pot’ getrokken wordt waarna deze er niet in teruggelegd wordt. Zo voorkomt men dat een schaker nogmaals tegen dezelfde tegenstander uit zou moeten komen.

De vraag die zich opdringt is of dit model de werkelijkheid wel adequaat beschrijft. Op het eerste gezicht lijkt dat niet erg waarschijnlijk. Iedereen die aan een open Zwitsers toernooi deelneemt weet aan het begin ervan dat hij of zij aan het eind van het toernooi op ongeveer dezelfde plaats als aan het begin zal staan en dat zijn of haar winst aan ratingpunten ongeveer nul zal zijn. Nou ja, niet iedereen. De jongeren verwachten dat ze ratingpunten zullen winnen en de ouderen hopen het verlies aan ratingpunten binnen de perken te houden. Naarmate het toernooi vordert lijkt er sprake van minder willekeur bij de indelingen. Enige twijfel of dit simpele model de werkelijkheid wel correct weergeeft lijkt gerechtvaardigd.

Om mijn model te toetsen heb ik voor de laatste zes toernooien die in Gibraltar verspeeld zijn nagegaan wat de aantallen schakers waren, die tijdens de tien ronden die elk toernooi telde, tegen k dames schaakten, waarbij k een getal tussen de 0 en 10 is. In tabel 1 zijn de door mij gevonden aantallen te vinden.

De kritische lezer zal ontdekken dat er in deze tabel partijen van dames ontbreken. Dat komt omdat er dames waren die tijdens een ronde vrijaf namen en omdat ik elk jaar de namen van een of twee dames over het hoofd gezien heb.

Aantallen dames als tegenstander tijdens het Gibraltar Tradewise Open

Dames (K)	**43**	**41**	**39**	**42**	**34**	**33**
k	**2017**	**2016**	**2015**	**2014**	**2013**	**2012**
0	52	56	61	46	64	72
1	84	78	74	83	77	89
2	62	75	80	71	68	64
3	41	32	29	41	29	25
4	10	14	10	12	8	3
5	3	2	3	3	1	2
6	2	0	0	0	0	1
7	1	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0
Som (N)	**255**	**257**	**257**	**256**	**247**	**256**

Tabel 1. Gibraltar 2012-2017

Iets dat omiddellijk opvalt is dat in 2012 één deelnemer (Swaminathan Soumya) zes dames trof en dat in 2017 er iets uitzonderlijks gebeurde, twee deelnemers (Ketevan Arakhamia-Grant en Bodda Pratyusha) troffen ieder zes dames en één deelnemer (Yifan Hou) trof zelfs zeven dames.

Het is verbazingwekkend dat dit gezelschap uit louter dames bestaat. Je zou een samenzwering vermoeden ware het niet dat een computer-programma de ronde-indelingen maakte.

De volgende stap is het vergelijken van de geobserveerde aantallen schakers met de aantallen die mijn model voorspellen. Voor de in statistiek geïnteresseerde lezers geef ik in tabel 2 mijn berekeningen voor het jaar 2013.

Gibraltar Open 2013				
N=247		K=34		n=10
k	**P(X=k)**	**Exp**	**Obs**	**χ^2**
0	0.2207	54.52	64	1.65
1	0.3679	90.86	77	2.11
2	0.2665	65.82	68	0.07
3	0.1104	27.26	29	0.11
4	0.0289	7.15	8	0.10
5	0.0050	1.24	1	0.11
6	0.0006	0.14	0	
7	0.0000	0.01	0	
8	0.0000	0.00	0	
9	0.0000	0.00	0	
10	0.0000	0.00	0	
Som	**1.0000**	**247.00**	**247**	**4.16**

Tabel 2. Gibraltar Open 2013

Aan het Gibraltar Tradewise Open 2013 namen N=247 schakers, waarvan K=34 dames, deel die n=10 ronden tegen elkaar in het strijdperk traden. De kansen op het treffen van k dames heb ik berekend met een online calculator voor de hypergeometrische verdeling. In de Obs(erved) kolom staan de waargenomen aantallen deelnemers die tegen k dames aantraden en in de Exp(ected) kolom staan de verwachte aantallen dames. In de χ^2 (Chi-kwadraat) kolom staan getallen die de mate van afwijking tussen verwacht en waargenomen weergeven. Met een online calculator vond ik voor p(χ^2) = 0.53. Die ene schaker die tegen vijf dames aantrad was Radoslaw Wojtaszek.

Er is sprake van goede overeenstemming tussen de waargenomen en de verwachte aantallen. De gevonden p-waarde=0.53 ligt royaal boven p=0.05 die vaak als grenswaarde gehanteerd wordt om een hypothese al dan niet te verwerpen. Ik constateer dat de gevonden waarde van p geen aanleiding geeft tot twijfel aan de juistheid van mijn model. In tabel 3 zijn de resultaten van mijn berekeningen voor de zes jaren tussen 2012 en 2017 te vinden.

Hypergeometrische verdeling						
Jaar	**2017**	**2016**	**2015**	**2014**	**2013**	**2012**
Vrij.Gr.	5	5	5	5	5	4
χ^2	9.74	5.73	7.52	1.04	4.16	2.16
p(χ^2)	0.08	0.33	0.18	0.96	0.53	0.70

Tabel 3. De χ^2 en p(χ^2) waarden

We zien in tabel 3 dat voor het model met de hypergeometrische (HG) verdeling vijf van de zes p-waarden ver boven de kritieke grens van p = 0.05 liggen. Alleen die van 2017 ligt er vrij dichtbij. Deze resultaten bevestigen wederom dat we dit model kunnen gebruiken om de kansen op het treffen van k dames te schatten. De ronde-indelingen blijken in de praktijk willekeuriger te zijn dan we vermoedden. Voor de Gibraltar Tradewise Open toernooien zijn de voorspellingen die we met het HG model doen alleszins acceptabel.

Onder normale omstandigheden zou hiermee de kous af zijn maar nu wil het geval dat ik geruime tijd geleden op advies van Manuel Nepveu het boek ‘Probability Theory: The Logic of Science’ (2007) van Edwin T. Jaynes aangeschaft heb en in zijn boek plaatst Jaynes kritische noten bij het gebruik van de Chi-kwadraat toets. Jaynes stelt dat het beter is om een alternatief model tegenover ons eerste model, in casu de hypergeometrische verdeling, te plaatsen. Het model dat de laagste ψ_B waarde geeft geniet dan de voorkeur.

De vraag rijst welk alternatief model we moeten kiezen. In ons geval kiezen we voor een nog simpeler model namelijk de binomiale verdeling met als parameters het aantal ronden n = 10 en de kans op het treffen van een dame p = K/N. Een nadeel van dit model is dat we de uit de ‘toernooi pot’ getrokken schakers er weer in terugleggen, waardoor we in principe dezelfde tegenstander vaker kunnen treffen. De kansen op het treffen van k dames in n ronden berekenen we weer met een online calculator. Vooraf verwachtte ik dat de hypergeometrische verdeling superieur zou zijn aan de binomiale verdeling maar dat bleek niet het geval te zijn.

ψ_B (db)	2017	2016	2015	2014	2013	2012
HG	24.5	9.5	15.5	0.2	8.4	13.5
BIN	21.5	7.2	13.7	-1.1	7.3	12.7
Verschil	3.0	2.3	1.8	1.3	1.1	0.8

Tabel 4. De twee modellen.

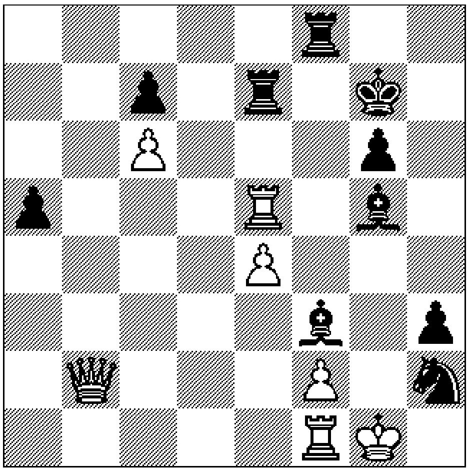
Als we de ψ_B waarden, zie tabel 4, met elkaar vergelijken zien we dat de binomiale (BIN) verdeling het zes keer nipt van de hypergeometrische (HG) verdeling wint. De verschillen zijn echter gering, max. 3.0 dban = 1 bit (K=2). We kunnen deze verschillen als 'inconclusive' oftewel als niet doorslaggevend karakteriseren. Dit impliceert dat beide modellen elkaar weinig ontlopen.

Opmerkelijk is dat als we de binomiale verdeling voor het Gibraltar Tradewise Open 2017 gebruiken we voor de kans op het treffen van 7 dames in 10 ronden met p(dame) = 43/255 ≈ 1/6 voor p(k=7) = 0.0002673 vinden, d.w.z. een kans van 1 op 3741. Als we ervan uitgaan dat aan de toernooien gemiddeld 250 schakers deelnamen dan vereisen 3741 schakers vrijwel exact 15 toernooien. Nu wil het geval dat dit jaar het vijftiende Gibraltar Tradewise Open toernooi georganiseerd werd. Wij konden dus verwachten dat tijdens één van deze 15 toernooien één van de deelnemers tegen 7 dames aan zou treden. De godin van het toeval Tychè, wat in het Grieks geluk betekent, besliste dat het dit jaar zou gebeuren en dat het Yifan Hou zou zijn die dit overkwam. Eigenlijk is het niet meer dan terecht dat de godin van het lot deze hoofdprijs aan de wereldkampioene, en niet aan zomaar een schaker, gaf.

Volgens Manuel Nepveu beschrijft geen van de twee modellen op zuivere wijze de werkelijkheid van het Gibraltar Open. Een beter model vinden lijkt mij lastig dus zullen we het voorlopig met een van deze twee modellen moeten doen. Mijn persooonlijke voorkeur gaat uit naar het HG-model omdat dit model past bij het trekken van schakers uit de 'toernooi pot' zonder terugleggen.

Laten we eens kijken naar de prestaties van Yifan Hou (geb. 27 februari 1994) in de drie jaren dat ze in Gibraltar meespeelde. In 2012 was ze als 25ste geplaatst en eindigde ze, samen met Nigel Short, met 8 uit 10 op de eerste plaats. Ze verloor de tiebreak zodat ze officieel tweede werd. In 2015 was Yifan Hou als 13de geplaatst en beëindigde ze het toernooi met 7.5 uit 10 als derde. In 2017 was ze als 22ste geplaatst en beëindigde ze het toernooi als 46ste. Ze speelde tijdens dit toernooi een partij die vrijwel onmiddellijk aangemerkt werd als de partij van het jaar 2017.

Borya Ider (Frankrijk) - Yifan Hou (China),
Gibraltar Tradewise Open, 30-01-17. (partij)
1.d4 Pf6 2.Pf3 b6 3.Lf4 Lb7 4.e3 g6 5.h3 Lg7 6.Le2 d6 7.c4 Pbd7 8.Pc3 0–0 9.0–0 e6 10.Dc2 Ph5 11.Lh2 f5 12.d5 e5 13.g4?! fxg4 14.hxg4 Phf6 15.Pg5!? Pxd5!! Yifan offert een dame voor twee lichte stukken. **16. Pe6 Pxc3 17.Pxd8 Pxe2+ 18.Dxe2 Lf3 19.Dd3 Pc5 20.Da3 Tfxd8 21.e4? Tf8 22.Tae1 Lh6 23.b4 Pe6 24.c5 Pd4 25.Dd3 b5 26.Lg3 Lg5 27.a4 a6 28.Da3 Lxg4 29.Td1 Pf3+! 30. Kg2 dxc5 31.bxc5 h5 32.Da2+ Kh7 33.Dd5 Tae8 34.Dc6 Te7 35.Td3 h4 36.Lh2 bxa4 37.Dxa4 Kh6 38.Da3 Tef7 39.Db2 Te7 40.c6 a5 41.Tb3 Kg7 42.Tb5? h3+ 43.Kh1 Pxh2 44.Txe5 Lf3+ 45.Kg1** Zie diagram.



45…Pxf1!! 46.Txe7+ Kh6 47.Dg7+ Kh5 48.Dh7+ Kg4 49.Te8 Txe8 50.Dd7+ Kh4 51.Kxf1 Td8 52.Dh7+ Kg4 0–1 Briljant!